

MUTUA INDUZIONE

1. Introduzione

Si consideri il circuito mostrato in figura 1, costituito da due solenoidi, avvolti intorno ad un nucleo di ferro, di cui uno di essi è alimentato da un generatore di tensione continua tramite l'interruttore T (circuito primario), e l'altro (circuito secondario) è aperto.

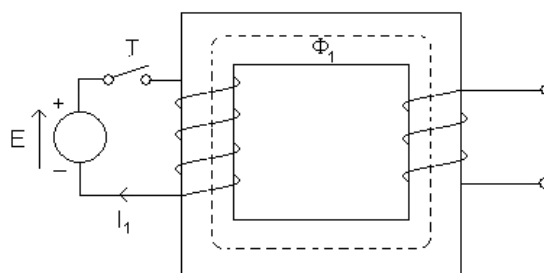


Figura 1 – Solenoidi avvolti intorno ad un nucleo di ferro

Chiudendo l'interruttore T, nel circuito primario circola una corrente continua I_1 che genera nel nucleo un flusso Φ_1 che si concatena con le spire sia del primario sia del secondario.

Finché la corrente è costante, il flusso non subisce variazioni e nel secondario non viene generata alcuna tensione indotta.

Chiudendo ed aprendo ripetutamente l'interruttore T, il flusso nel nucleo varia dal valore Φ_1 a zero e viceversa.

In ciascuna spira del secondario, pertanto, viene generata una tensione indotta.

All'apertura dell'interruttore T, la corrente nel primario si annulla e il flusso diminuisce fino ad annullarsi, generando una tensione indotta positiva che tende a far circolare nel secondario una corrente diretta, in modo da rallentare la diminuzione del flusso che la induce.

Alla chiusura di T, invece, la corrente torna al suo valore originario I_1 e il flusso aumenta riportandosi al valore originario Φ_1 .

In tal caso nel secondario viene generata una tensione indotta negativa e quindi di verso opposto alla precedente.

È importante sottolineare che la presenza del nucleo di ferro ha il solo scopo di ottenere flussi d'induzione elevati e concentrati lungo una direzione preferenziale, ma non essenziale: infatti, per attivare tale fenomeno è sufficiente la presenza di due circuiti qualsiasi in vicinanza tra loro, in modo che il flusso generato dall'uno riesca a concatenarsi, almeno in parte, con l'altro.

Pertanto, ogni volta che varia la corrente nel circuito primario, varia il flusso concatenato con il secondario e quindi in quest'ultimo si genera una tensione indotta.

Il fenomeno di induzione ora illustrato, che si verifica tra due circuiti fissi e indeformabili per l'effetto di una variazione della corrente dell'uno o l'altro è detto **mutua induzione**.

Ne consegue che due circuiti percorsi da correnti variabili e disposti in modo che il flusso dell'uno riesca a concatenarsi, almeno in parte, con l'altro, non sono più elettricamente indipendenti, ma il regime elettrico di ciascuno di essi risente di quello del vicino.

L'effetto del fenomeno di mutua induzione è il trasferimento di energia elettrica dal circuito primario (detto anche induttore) al circuito secondario (detto anche indotto).

Il fenomeno descritto è il principio di funzionamento del **trasformatore elettrico**, che pertanto può funzionare solo con correnti variabili.

2. Coefficiente di mutua induzione

L'entità del fenomeno di mutua induzione tra due circuiti dipende dalla quantità di flusso che un circuito concatena con l'altro.

Considerati due circuiti qualsiasi, può accadere che, a seconda della loro forma e posizione reciproca, nessuna linea del flusso generato dal primo riesca a concatenarsi con il secondo, oppure che il secondo circuito sia concatenato con una parte o eventualmente con tutte le linee di flusso generato dal primo.

Se invertendo le funzioni reciproche dei due circuiti (cioè se il primario diventa il secondario e viceversa), si verifica l'uno o l'altro dei tre casi precedenti, si dice che il concatenamento (o accoppiamento magnetico) è rispettivamente *nullo*, *parziale* o *perfetto*.

Il concatenamento perfetto può avvenire solo con due circuiti strettamente aderenti l'uno con l'altro per tutto il loro sviluppo.

In pratica il calcolo del flusso che un circuito riesce a concatenare con l'altro è possibile solo in alcuni casi particolari: in tutti gli altri occorre effettuare un rilievo sperimentale.

Per tale ragione il termine di riferimento è il flusso che si concatena con uno dei circuiti quando l'altro è percorso dall'unità di corrente (1 A).

Il valore di questo flusso prende il nome di **coefficiente di mutua induzione** tra i due circuiti, indicato comunemente con la lettera M .

Pertanto, quando il circuito primario è percorso dalla corrente variabile i_1 , la parte di flusso da esso generato che si concatena con il secondario, indicato con Φ_{12} , è dato dal prodotto:

$$\Phi_{12} = M \cdot i_1 \quad (1)$$

Viceversa, se il circuito secondario viene percorso da una corrente variabile i_2 , la parte di flusso da esso generato che si concatena con il primario (Φ_{21}), risulta:

$$\Phi_{21} = M \cdot i_2 \quad (2)$$

È importante sottolineare che per calcolare il flusso concatenato è necessario tener conto del numero delle spire costituenti il circuito con il quale esso si concatena.

Al riguardo, si considerino i due circuiti mutuamente accoppiati di figura 2, nella quale con Φ' è indicato la parte del flusso che, uscendo dal circuito primario, entra nel secondario.

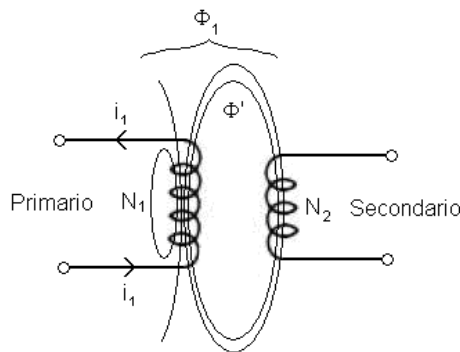


Figura 2 – Circuiti mutuamente accoppiati

Se il secondario ha N_2 spire, il flusso Φ' si concatena con esso N_2 volte, e quindi il flusso concatenato Φ_{12} vale:

$$\Phi_{12} = N_2 \Phi' \quad (3)$$

Per la (1) si ha:

$$\Phi_{12} = M \cdot i_1 = N_2 \Phi' \quad (4)$$

D'altronde il flusso Φ' è una parte del flusso totale Φ_1 generato dal circuito primario e quindi, se L_1 è la sua induttanza e supponendo che esso sia costituito da N_1 spire, si ha:

$$\Phi_1 N_1 = L_1 i_1 \quad (5)$$

dalla quale si ottiene:

$$\Phi_1 = \frac{L_1 i_1}{N_1} \quad (6)$$

Indicando con α_1 un coefficiente (minore o al massimo uguale all'unità) che tiene conto della frazione Φ' del flusso primario Φ_1 che entra nel circuito secondario, si può scrivere:

$$\Phi' = \alpha_1 \Phi_1 \quad (7)$$

che per la (6) diventa:

$$\Phi' = \alpha_1 \frac{L_1 i_1}{N_1} \quad (8)$$

Sostituendo la (8) nella (4) si ottiene:

$$\Phi_{12} = M \cdot i_1 = N_2 \Phi' = \alpha_1 \frac{N_2}{N_1} L_1 i_1 \quad (9)$$

Dalla (9) si ha:

$$M = \alpha_1 \frac{N_2}{N_1} L_1 \quad (10)$$

Ripetendo lo stesso ragionamento, ma invertendo il primario con il secondario (cioè invertendo le funzioni reciproche dei due circuiti), essendo per la (36) $\Phi_{21} = M i_2$, si ha un'espressione di M analoga alla (10):

$$M = \alpha_2 \frac{N_1}{N_2} L_2 \quad (11)$$

in cui α_2 è il coefficiente (minore o al massimo uguale all'unità) che tiene conto della frazione Φ' del flusso Φ_2 che entra nel circuito primario e L_2 l'induttanza del circuito secondario.

Moltiplicando membro a membro la (10) e la (11) si ottiene:

$$M^2 = \alpha_1 \alpha_2 L_1 L_2 \quad (12)$$

dalla quale, ponendo:

$$k = \alpha_1 \alpha_2 \quad (13)$$

si ottiene:

$$M = k \sqrt{L_1 L_2} \quad (14)$$

Nel caso di accoppiamento perfetto ($\alpha_1 = \alpha_2 = 1$), essendo per la (13) $k = 1$ si ha:

$$M = \sqrt{L_1 L_2} \quad (15)$$

In tal caso il coefficiente di mutua induzione fra i due circuiti coincide con la media geometrica delle rispettive induttanze.

In tutti gli altri casi si ha $k < 1$ e quindi:

$$M < \sqrt{L_1 L_2} \quad (16)$$

Se i due circuiti sono magneticamente indipendenti (accoppiamento nullo) risulta $k = 0$ e quindi $M = 0$.

Il coefficiente k esprime il grado di accoppiamento fra due circuiti ed è denominato **fattore di accoppiamento**.

Occorre infine sottolineare che dalle (1) e (2) si deduce che il coefficiente di mutua induzione M è dato dal rapporto tra il flusso e la corrispondente corrente: l'unità di misura è pertanto Weber/Ampere (Wb/A), cioè in Henry (H) come le induttanze.

3. Tensioni di mutua induzione

Nel precedente paragrafo si è visto che tramite il coefficiente di mutua induzione M fra due circuiti, per ogni valore della corrente che li percorre, è possibile determinare il flusso che ciascuno di essi riesce a concatenare con l'altro. Se, ad esempio, il circuito primario è percorso da una corrente $i_1(t)$, il secondario riceve da quest'ultimo un flusso concatenato $\Phi_{12}(t) = M i_1(t)$; pertanto, se la corrente i_1 ha nel tempo dt un incremento di_1 , anche il flusso Φ_{12} subisce un incremento $d\Phi_{12} = M di_1(t)$.

Tale variazione di flusso induce nel circuito secondario una tensione $v_2(t)$ che per la (23) vale:

$$v_2(t) = -\frac{d\Phi_{12}(t)}{dt} = -M \frac{di_1(t)}{dt} \quad (17)$$

Viceversa, se il circuito secondario è percorso da una corrente $i_2(t)$, il flusso da esso generato che riesce a concatenarsi con il primario è $\Phi_{21}(t) = M i_2(t)$, quindi ad ogni variazione di $i_2(t)$ nel primario si genera una tensione indotta $v_1(t)$ che vale:

$$v_1(t) = -\frac{d\Phi_{21}(t)}{dt} = -M \frac{di_2(t)}{dt} \quad (18)$$

Pertanto, la tensione di mutua induzione che si genera in ogni singolo circuito è determinata dal prodotto del coefficiente di mutua induzione per la derivata rispetto al tempo della corrente che percorre l'altro circuito.

Tali tensioni sono tanto più elevate quanto più rapida è la variazione della corrente che le induce; il loro verso è determinato dalla legge di Lenz.

Talvolta il fenomeno di mutua induzione è causa di disturbi, come ad esempio nelle linee telefoniche che si trovano in prossimità di linee elettriche a corrente alternata: le correnti della linea elettrica, infatti, generano per mutua induzione correnti variabili che disturbano le linee telefoniche peggiorando la qualità della comunicazione.